

I. SZÁLLÍTÁSI, ÖSSZETETT SZÁLLÍTÁSI ÉS HOZZÁRENDELÉSI FELADATOK

1.Feladat

1. Három gyár négy építkezést lát el téglával. A téglatermelési költségre (100 darabra) az egyes gyárakban 300, 310 és 350 Ft. Az építkezések havi igénye 100, 150, 130 és 140 ezer db téglával. A gyárak kapacitása 200 ezer téglával havonta. 100 darab téglával szállítási költsége

	Ép1	Ép2	Ép3	Ép4
Gyár1	65	63	48	15
Gyár2	52	46	37	61
Gyár3	12	18	30	40

Az igényeket minimális összköltséggel kell kielégíteni, a kapacitásokat nem szabad túllépni.

a. Készítsen lehetséges induló megoldást a Vogel-Korda eljárással!

b. Adja meg az optimális megoldást!

c. Melyik gyár kapacitását kell csökkenteni (és mennyivel), ha egyik gyár sem termelhet raktárra?

2.Feladat

4. A K1, K2, K3 kőbányából lehet nyersanyagot szállítani a C1, C2, C3, C4 cementgyárakba. A tonnánkénti szállítási költségeket eFt-ban az egyes bányák és cementgyárak között a következő tábla adja meg:

	C1	C2	C3	C4
K1	55	160	60	70
K2	25	45	50	25
K3	120	20	40	25

A kőbányák heti termelési kapacitása és a cementgyárak heti igénye (to) a következő:

120, 130, 50; ill. 75, 90, 110, 125

A kőbányák termelési kapacitását teljesen ki kell használni és minden nyersanyagot el kell szállítani. Tudjuk, hogy K1 kőbányából származó nyersanyagot a C3 gyár kissé elavult gépeivel nem tudja feldolgozni, továbbá a C1 gyár nyersanyagigényét mindenképp teljesen ki kell elégíteni.

a. Adjunk meg a Vogel-Korda módszer segítségével egy induló bázismegoldást a szállítási összköltség minimalizálásának feladatára!

b. Ellenőrizzük a kapott induló megoldásról, hogy optimális-e?

c. Ha nem az, huroktranszformációval határozzunk meg egy optimális megoldást és a hozzátartozó minimális szállítási költséget!

3.Feladat

A B1, B2, B3 bányából az E1, E2, E3 erőművekbe lehet szén szállítani. A bányák havi kapacitásait, az erőművek havi igényeit és az egységnyi szállítási költségeket az alábbi táblázat tartalmazza.

From \ To	E1	E2	E3	Supply
B1	10	12	14	150
B2	7	5	6	150
B3	8	4	7	100
Demand	100	100	200	

a. Készítsen lehetséges induló bázismegoldást az északnyugati sarok módszerrel! (Az eredményt írja az alábbi táblázatba!)

	E1	E2	E3	
B1				150
B2				150
B3				100
	100	100	200	

b. Adjunk meg egy optimális bázismegoldást a duál-optimális változókkal együtt! (Az eredményt írja az alábbi táblázatba!)

				150
				150
				100
	100	100	200	

c. Mekkora a célfüggvény optimális értéke?

d. Hogyan változik az optimális célfüggvényérték, ha az E1 erőmű igényét és a B2 bánya kapacitását egyaránt x-szel növeljük, ahol x egy kis pozitív szám?

4.Feladat

A P1, P2, P3 pékektől a B1, B2, B3 boltokba lehet kenyert szállítani. A pékek napi kapacitásait, a boltok napi igényeit és az egységnyi szállítási költségeket az alábbi táblázat tartalmazza.

From \ To	B1	B2	B3	Supply
P1	8	12	11	160
P2	10	10	10	100
P3	6	5	8	50
Demand	50	100	160	

a. Készítsen lehetséges induló bázismegoldást az északnyugati sarok módszerrel! (Az eredményt írja az alábbi táblázatba!)

	B1	B2	B3	
P1				160
P2				100
P3				50
	50	100	160	

b. Adjunk meg egy optimális bázismegoldást a duál-optimális változókkal együtt! (Az eredményt írja az alábbi táblázatba!)

				160
				100
				50
	50	100	160	

c. Mekkora a célfüggvény optimális értéke?

d. Hogyan változik az optimális célfüggvényérték, ha a P3 pék kapacitását és a B3 bolt igényét egyaránt d-vel növeljük, ahol d egy kis pozitív szám?

5.Feladat

Követ kell szállítani Tapolcáról, illetve Veszprémből Kaposvárra és Pécsre. A szállításnál mind szárazföldön, mind vízen közbülső szállítási pontok iktathatók be. Tapolca kapacitása 120 egység/hétente, Veszprém kapacitása 80 egység/hét. Kaposvár igénye 130 egység/hét, Pécs igénye 70 egység/hét. Egy egységnyi kő szállítási költségeit az alábbi táblázatok tartalmazzák.

Szárazföldön:

	Badacsony	Bfüred
Tapolca	14	19
Veszprém	21	15

Vízen:

	Fonyód	Siófok
Badacsony	5	8
Bfüred	8	5

Szárazföldön

	Kaposvár	Pécs
Fonyód	15	20
Siófok	18	16

Szárazföldön közvetlenül

	Kaposvár	Pécs
Tapolca	50	70
Veszprém	68	60

Más viszonylatban (például Badacsonyból Füredre, vagy Tapolcáról közvetlenül Fonyódra, stb.) a szállítás értelmetlen, ezért nem lehetséges.

Optimális (minimális költségű) szállítási tervet kell készíteni.

a. Töltse ki az alábbi táblázatban az üres cellákat a megfelelő számokkal úgy, hogy az eredményül kapott klasszikus szállítási feladat alkalmas legyen a fenti összetett szállítási feladat megoldására! Az üresen hagyott cellákat M-nek értelmezzük, azokat kitölteni nem kell.

From \ To	Badacsony	Bfüred	Fonyód	Siófok	Kaposvár	Pécs	Supply
Tapolca	14	19			50	70	
Veszprém	21	15			68	60	
Badacsony			5	8			
Bfüred			8	5			
Fonyód					15	20	
Siófok					18	16	
Demand							

Az alábbi táblázat egy optimális szállítási tervet tartalmaz a hozzátartozó (optimális) duálváltozókkal együtt:

	Duálvált.	14	11	19	16	34	32
Duálvált.		Badacsony	Bfüred	Fonyód	Siófok	Kaposvár	Pécs
0	Tapolca	120					
4	Veszprém		80				
-14	Badacsony	80		120			
-11	Bfüred		120		80		
-19	Fonyód			80		120	
-16	Siófok				120	10	70

b. Van-e olyan optimális megoldás, ahol Balatonfüredről két kikötőbe is szállítanak?

c. Az alábbi viszonylatok közül melyikre igaz az, hogy ha az adott viszonylat költségét egy kis pozitív számmal növeljük (minden mást változatlanul hagyva), akkor az optimális megoldás egyértelmű lesz?

6.Feladat

Fát kell szállítani Ajkáról illetve Várpalotáról Taszárra és Szigetvárra. A szállításnál mind szárazföldön, mind vizen közbülső szállítási pontok iktathatók be. Ajka kapacitása 1000 egység hetente, Várpalota kapacitása 900 egység/hét. Taszár igénye 800 egység/hét, Szigetvár igénye 900 egység/hét. Egy egységnyi fa szállítási költségeit az alábbi táblázatok tartalmazzák.

Szárazföldön:			Vízen			
	Révfülöp	Tihany		Boglár	Szántód	
Ajka	7	11		Révfülöp	2	4
Várpalota	9	8		Tihany	5	2
Szárazföldön			Szárazföldön közvetlenül			
	Taszár	Szigetvár		Taszár	Szigetvár	
Boglár	7	10		Ajka	26	34
Szántód	10	9		Várpalota	32	31

Más viszonylatban (például Révfülöpről Tihanyba, vagy Ajkáról közvetlenül Boglára, stb.) a szállítás értelmetlen, ezért nem lehetséges.

Optimális (minimális költségű) szállítási tervet kell készíteni.

a. Töltse ki az alábbi táblázatban az üres cellákat a megfelelő számokkal úgy, hogy az eredményül kapott klasszikus szállítási feladat alkalmas legyen a fenti összetett szállítási feladat megoldására! Az üresen hagyott cellákat M-nek értelmezzük, azokat kitölteni nem kell.

Az alábbi táblázat egy optimális szállítási tervet tartalmaz a hozzátartozó (optimális) duálváltozókkal együtt:

	Duálvált.	7	8	9	10	16	19	0
Duálvált.		Révfülöp	Tihany	Boglár	Szántód	Taszár	Szigetvár	Fiktív
0	Ajka	800						200
0	Várpalota		900					
-7	Révfülöp	1100		800				
-8	Tihany		1000		900			
-9	Boglár			1100		800	0	
-10	Szántód				1000		900	

b. Van-e olyan optimális megoldás, ahol Tihanyból két kikötőbe is szállítanak?

c. Az alábbi viszonylatok közül melyikre igaz az, hogy ha az adott viszonylat költségét egy kis pozitív számmal növeljük (minden mást változatlanul hagyva), akkor az optimális megoldás egyértelmű lesz?

7.Feladat

Egy vállalatnak háromféle acél szállítására van megrendelése, mindegyik fajtaból heti 100 tonnára. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a vállalat három gyárban tonnánként milyen költséggel állítják elő az egyes acélfajtákat, továbbá azt, hogy az egyes gyárakban mennyi időbe telik egy tonna acél előállítás. függetlenül annak típusától.

\$/tonna	1. acél	2. acél	3. acél	Idő (perc/tonna)
1. gyár	60	40	28	20
2. gyár	50	34	31	16
3. gyár	43	21	20	15

a. (3 pont) Mennyi az egyes gyárak heti termelési kapacitása tonnában, ha mindegyik gyár heti 40 órát dolgozik?

b. (4 pont) Adjon meg egy kiegyensúlyozott szállítási feladatot a vállalat heti termelési költségének minimalizálásához a szokásos táblázatos formában!

c. adja meg a Vogel-Korda bázismegoldást és határozza meg az ehhez tartozó termelési költséget!

d. (4 pont) Vizsgálja meg, hogy a Vogel-Korda bázismegoldás optimális-e.

Ha nem optimális, adjon meg egy olyan hurkot, amelyik mentén a megoldás javítható.

e. (5 pont) Termelészszerkezési okokból kívánatos lenne, hogy egy gyárban csak egyféle acél készüljön (a teljes igényelt mennyiség). Adja meg, hogy a vállalat heti termelési költségének ezen megkötés melletti minimalizálásához melyik gyárban melyik acélfajtát gyártsák!

8.Feladat

1. Egy nagy energetikai vállalat 5 hőerőművet: X, Y, Z, U, V, szeretne telepíteni.

Telephelynek 5 különböző város: A, B, C, D, E jön szóba. Egy városba (legfeljebb) egy erőművet telepítenek. A költségek a szorosan vett telepítési költségekből és a tervezési költségekből állnak. A különböző hőerőmű-város párosításokra a teljes költségeket az alábbi táblázatban láthatjuk:

	A	B	C	D	E
X	4	4	9	7	6
Y	9	9	10	8	9
Z	11	9	8	11	7
U	6	9	8	8	10
V	5	7	6	9	6

a. Hány lehetséges telepítési terv van?

b. Melyik erőművet hová telepítsük, hogy az összköltség minimális legyen?

Az F város is szeretné megkapni az 5 hőerőmű valamelyikét. Az egyes erőművek teljes költsége és ebből a tervezési költség az alábbi táblázatban látható:

	X	Y	Z	U	V
Teljes költség	7	9	10	9	7
Tervezési költség	2	6	2	8	4

c. Megkapja-e a hőerőművet az F város, ha a vállalat az összköltséget minimalizálja?

d. Megkapja-e a hőerőművet az F város, ha a tervezési költségek felét átvállalja?

Mennyi lesz a vállalat minimális összköltsége ebben az esetben?

9.Feladat

3. Az F1, F2, F3, F4 feladatokra az M1, M2, M3, M4 és M5 munkások tesznek árajánlatot, a következőképpen:

	M1	M2	M3	M4	M5
F1	17	20	19	12	8
F2	14	17	15	13	9
F3	15	16	19	17	14
F4	12	10	17	10	12

Mindegyik feladatot el kell végezni, és mindegyik munkás legfeljebb egy feladatot kaphat.

Osszuk ki a feladatokat a munkások között úgy, hogy az összköltség minimális legyen!

a. Mekkora a minimális összköltség értéke

b. Adjon meg két különböző optimális hozzárendelést!

10.Feladat

5 új szakmunkásnak kell 5 precíziós kivített igénylő feladat megoldását betanítani. Korábbi tapasztalataik és munkaköreik ismeretében a következő táblázat állítható össze, ami jó közelítést ad a betanítási időkre (c_{ij} = az i-edik munkás j-edik feladatra történő betanításához szükséges idő).

15	3	12	25	19
8	6	10	19	23
12	4	9	4	17
4	17	9	3	11
13	27	24	13	14

a. Határozza meg (karikázza be), hogy a munkások feladatokhoz történő milyen hozzárendelése esetén lesz minimális a betanításhoz szükséges összidő, feltéve, hogy a 4. munkás nem kaphatja a 3. feladatot! (Mindegyik munkáshoz egy feladatot, mindegyik feladathoz egy munkást rendelünk.)

b. Mekkora a minimális összköltség ebben az esetben?

11.Feladat

5 új szakmunkásnak kell 5 precíziós kivített igénylő feladat megoldását betanítani. Korábbi tapasztalataik és munkaköreik ismeretében a következő táblázat állítható össze, ami jó közelítést ad a betanítási időkre (c_{ij} = az i-edik munkás j-edik feladatra történő betanításához szükséges idő).

15	22	22	26	17
27	24	26	13	3
18	20	21	21	6
5	11	26	27	17
11	7	13	19	16

a. Határozza meg (karikázza be), hogy a munkások feladatokhoz történő milyen hozzárendelése esetén lesz minimális a betanításhoz szükséges összidő, feltéve, hogy a 3. munkás nem kaphatja a 4. feladatot! (Mindegyik munkáshoz egy feladatot, mindegyik feladathoz egy munkást rendelünk.)

b. Mekkora a minimális összköltség ebben az esetben?