

II. HÁLÓZATI MODELLEKKEL KAPCSOLATOS FELADATOK

1.Feladat

3. Egy úthálózat 8 csomópontja közötti közvetlen összeköttetések hosszát (ha van ilyen) az alábbi táblázat adja meg:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	4	7	-	-	12	-	-
2	-	-	4	3	-	-	-	-
3	-	-	-	4	4	-	6	-
4	-	-	-	-	3	-	-	10
5	-	-	-	-	-	4	2	6
6	-	-	-	-	-	-	4	-
7	-	-	-	-	-	-	-	5
8	-	-	-	-	-	-	-	-

- Rajzolja fel a hálózatot!
- Határozza meg a legrövidebb utat az 1-es pontból a 8-as pontba!
- Adja meg az 1-esből a 7-esbe vezető legrövidebb utat is!

2.Feladat

5. Egy adott típusú új óriás-földmunkagép vételára az egyes évek kezdetén egyre csökken újabb modellek megjelenése miatt. A használt gép értékcsökkenését (a vételár és az újraeladási ár különbözetét 100 eFt-ban) az alábbi táblázat mutatja:

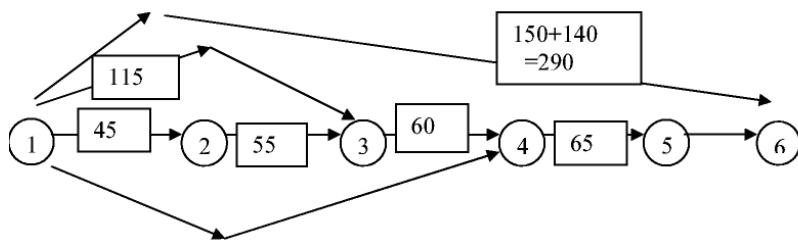
		Eladási év (december 31)				
		1	2	3	4	5
Vásárlási év (január 1)	1	30	80	100	130	140
	2		40	90	105	135
	3			45	90	110
	4				50	95
	5					50

A vételtől számítva az eltelt évek függvényében az éves karbantartási költségek(100 ezer Ft-ban):

		Évek				
		1	2	3	4	5
Karbantartási ktsg		15	20	40	30	45

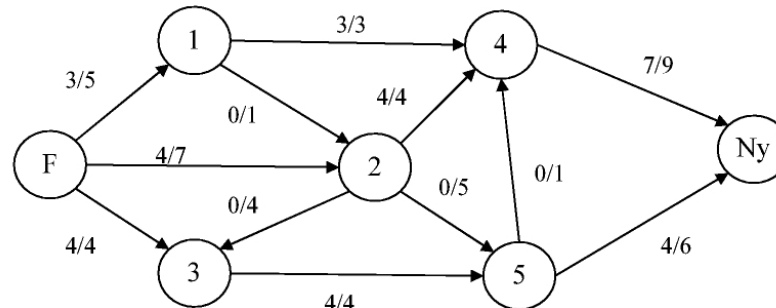
Pl. a 3. év elején vásárolt gépet 3 évi használat után eladva az értékcsökkenés az eredeti árhoz képest $110 \times 100 \text{eFt} = 11 \text{ mFt}$, miközben a karbantartási költség $15 + 20 + 40 = 75 \times 100 \text{eFt}$ lesz. (A 3. és 5. év elején szigorú műszaki vizsgának kell a gépet alávetni, s az erre való felkészítés igen költséges (ez felismerhető a költségek alakulásában is)).

Az 5. év végéig történő minimális költségű üzemeltetéshez tartozó vásárlási-újra cserélési stratégiát legrövidebb útvonalként megadó hálózat felrajzolását a megkezdett alábbi ábrán fejezze be és határozza meg a legrövidebb utat (s ezzel az optimális használati-újracserélési stratégiát)!



3.Feladat

2. Az alábbi hálózatban az élek mellé írt számok közül az első az él terhelése (a folyam értéke az élen), a második pedig az él kapacitása, F a forrás, Ny pedig a nyelő. Például a 2-es nontból az 5-ösbe vezető él terhelése jelenleg 0. az él kapacitása pedig 5.



Készítsen maximális folyamat!

- Adja meg a javító lépéseket
- Adja meg a maximális folyamat!

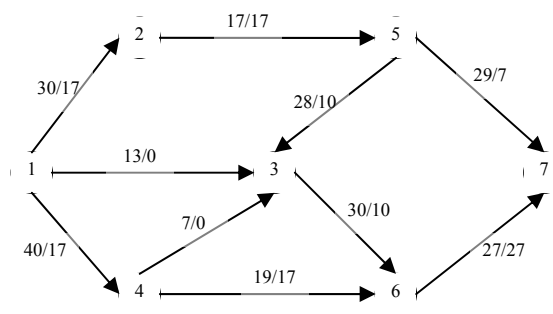
c. Menni a maximális folyam értéke?

d. Adjon meg egy minimális vágást (sorolja fel a vágás éleit)!

e. Sorolja fel az összes olyan élt (vagy jelezze ha nincs ilyen), amelyre igaz, hogy az adott él kapacitását növelve, ugyanakkor a többi él kapacitását változtatlanul hagyva, a maximális folyam értéke növekszik!

4.Feladat

Tekintsük az alábbi irányított élekből és számozott csúcsokból álló gráfot! Az élekre írt első szám az él kapacitását jelöli, míg a második a rajta aktuálisan átmenő folyam értéket. Tehát például az (1,2) él kapacitása 30 egység, s jelenleg 17 egység folyik át rajta.



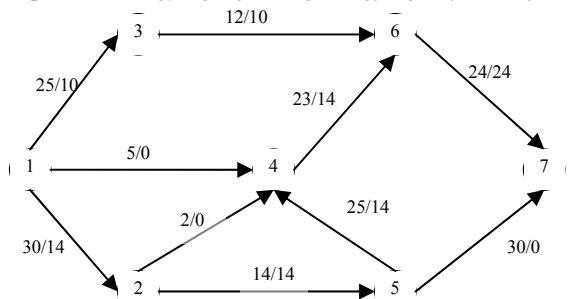
a. Adja meg a lehetséges javítások maximális értékeit az alábbi láncok mentén!

- $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
- $1 \rightarrow 3 \leftarrow 5 \rightarrow 7$
- $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
- $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \leftarrow 5 \rightarrow 7$

b. Tegyük fel, hogy az adott folyamot feljavítottuk az a. pontban felsorolt láncok közül annak mentén, amelyik a legnagyobb javulást eredményezi. Maximális-e az így feljavított folyam? Ha igen, adja meg a maximális folyam értékét és egy minimális vágást (a vágásban szereplő élek megadásával, illetve a forrást tartalmazó csúcsponatok halmazának megadásával egyaránt! Ha nem, adja meg az összes lehetséges láncot, mely mentén a folyam értéke még javítható !

5.Feladat

Tekintsük az alábbi irányított élekből és számozott csúcsokból álló gráfot! Az élekre írt első szám az él kapacitását jelöli, míg a második a rajta aktuálisan átmenő folyam értékét. Tehát például az (1,2) él kapacitása 30 egység, s jelenleg 14 egység folyik át rajta.



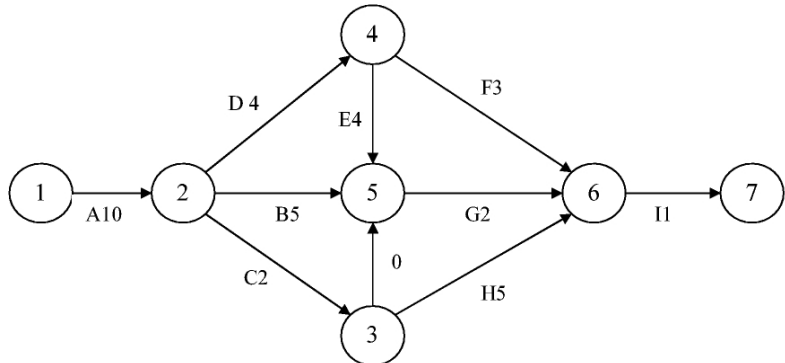
a. Adja meg a lehetséges javítások maximális értékeit az alábbi láncok mentén!

- (1) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
- (2) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
- (3) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \leftarrow 5 \rightarrow 7$

b. Tegyük fel, hogy az adott folyamot feljavítottuk az a. pontban felsorolt láncok közül annak mentén, amelyik a legnagyobb javulást eredményezi. Maximális-e az így feljavított folyam? Ha igen, adja meg a maximális folyam értékét és egy minimális vágást (a vágásban szereplő élek megadásával, illetve a forrást tartalmazó csúcsponthalmazának megadásával egyaránt!) Ha nem, adja meg az összes lehetséges láncot, mely mentén a folyam értéke még javítható (természetesen a javítás értékével együtt)!

6.Feladat

3. Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A tevékenységkódok mellé írt számok a tevékenység időtartamát jelzik. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcs a projekt kezdését, a 7-es csúcs a befejezését jelenti. A (3,5) él egy fiktív tevékenységet jelöl, melynek az időtartama 0.



- a. Határozza meg a az egyes események legkorábbi (ET) és legkésőbbi (LT) bekövetkezési időpontját
- b. Adjon meg egy kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatát)!
- c. Mekkora a C tevékenység tűréshatára?
Mekkora a C tevékenység mozgáshatára?
- d. Mekkora legyen az F tevékenység időtartama, ha a többi tevékenység időtartamát változtatlanul hagyva azt akarjuk, hogy az E tevékenység tűréshatára 5 legyen?

7.Feladat

2. Az alábbi LP egy olyan hálózatra felírt maximális folyam feladat modellje, amelyben a hat csúcsponthoz az $s_0=1$ a forrás és az $s_6=6$ a nyelő.

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = x_0 \\ & x_0 = x_{12} + x_{13} & 0 \leq x_{12} \leq 5 \\ & x_{12} = x_{23} + x_{25} & 0 \leq x_{13} \leq 7 \\ & x_{13} + x_{23} = x_{34} + x_{35} & 0 \leq x_{23}, x_{25}, x_{34} \leq 3 \\ & x_{34} = x_{45} + x_{46} & 0 \leq x_{35}, x_{46} \leq 4 \\ & x_{25} + x_{35} + x_{45} = x_{56} & 0 \leq x_{45} \leq 2 \\ & x_{46} + x_{56} = x_0 & 0 \leq x_{56} \leq 8 \end{aligned}$$

(a) Rajzolja fel a hálózatot (a csúcsponthoz adottak lennének egy ábrában), feltüntetve mindegyik él irányítását és kapacitását is!

(b) Vizsgálja meg, hogy az $x_0=9, x_{12}=5, x_{13}=4, x_{23}=2, x_{25}=3, x_{34}=3, x_{35}=3, x_{45}=2, x_{46}=1, x_{56}=8$ lehetséges folyam optimális-e?

Ha optimális, adjon meg egy minimális kapacitású vágást alkotó élhalmazt!

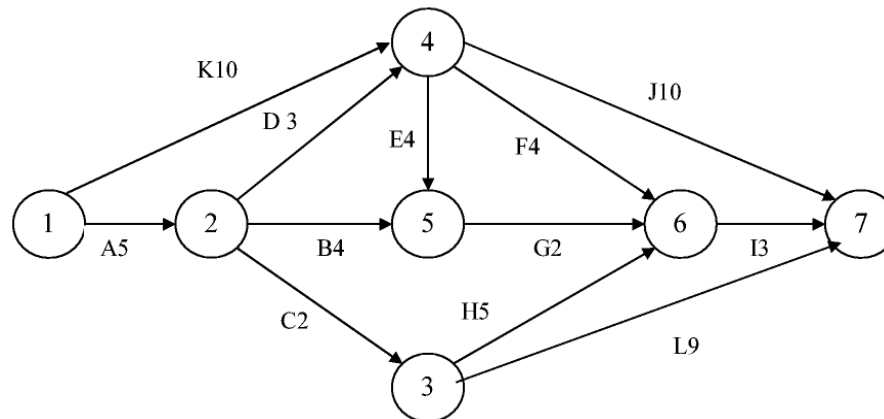
A vágás kapacitása: Az élek:

Ha nem optimális, akkor adjon meg egy nagyobb értékű folyamat:

$$x_0 = _, x_{12} = _, x_{13} = _, x_{23} = _, x_{25} = _, x_{34} = _, x_{35} = _, x_{45} = _, x_{46} = _, x_{56} = _$$

8.Feladat

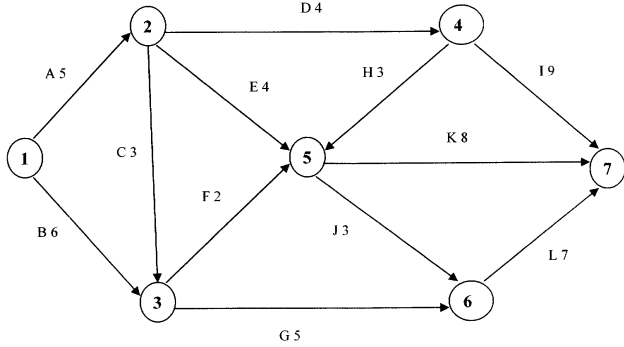
3. Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A tevékenységkódok mellé írt számok a tevékenység időtartamát jelzik. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcs a projekt kezdését, a 7-es csúcs a befejezését jelenti.



- a. Határozza meg a az egyes események legkorábbi (ET) és legkésőbbi (LT) bekövetkezési időpontját
- b. Adjon meg egy kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatát)!
- c. Mekkora a C tevékenység tűréshatára?
- d. Mekkora a C tevékenység mozgáshatára?
- e. Mekkora legyen az I tevékenység időtartama, ha a többi tevékenység időtartamát változtatlanul hagyva azt akarjuk, hogy az I tevékenység tűréshatára 2 legyen?

9.Feladat

Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A kódja mellé írt (egyjegyű) szám a tevékenység időtartamát jelzi. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcás a projekt kezdését, a 7-es csúcás a befejezését jelenti.



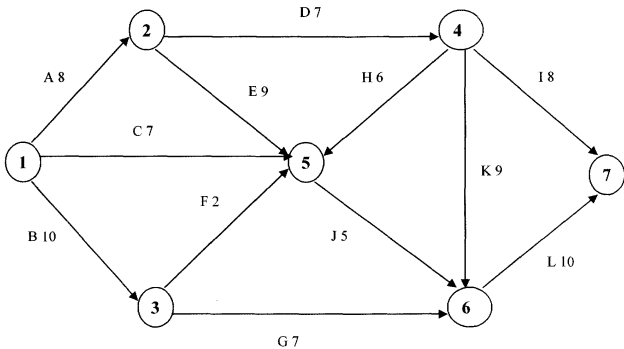
a. Határozza meg az egyes események legkorábbi (ET) és legkésőbbi (LT) bekövetkezési időpontját az alábbi táblázat kitöltésével:

Események	Legkorábbi bekövetkezés időpontja	Legkésőbbi bekövetkezés időpontja
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

- b. Adjon meg egy kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatát)!
- c. Mekkora a B tevékenység tűréshatára?
- d. Mekkora a B tevékenység mozgáshatára?
- e. Hány kritikus út lesz, és melyek ezek, ha a többi tevékenység időtartamát változatlanul hagyva a C tevékenység hossza 6-ra nő?

10.Feladat

Tekintsük a következő CPM feladatot! A hálózat élei tevékenységeket jelölnek. A kódja mellé írt (egyjegyű) szám a tevékenység időtartamát jelzi. A hálózat csúcsait eseményeknek hívjuk. Az 1-es csúcás a projekt kezdését, a 7-es csúcás a befejezését jelenti.



a. Határozza meg az egyes események legkorábbi (ET) és legkésőbbi (LT) bekövetkezési időpontját az alábbi táblázat kitöltésével:

Események	Legkorábbi bekövetkezés időpontja	Legkésőbbi bekövetkezés időpontja
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

- b. Adjon meg egy kritikus utat (az érintett tevékenységek sorozatát)!
- c. Mekkora a B tevékenység tűréshatára?
- d. Mekkora a B tevékenység mozgáshatára?
- e. Hány kritikus út lesz, és melyek ezek, ha a többi tevékenység időtartamát változatlanul hagyva a K tevékenység hossza 12-re nő?

11.Feladat

3. Az alábbi táblázat egy CPM feladat tevékenységeinek időtartamait és közvetlen előzményeit tartalmazza a QSB program szerinti formában.

Tevékenység	Közvetlen előzmények	Időtartam	Legrövidebb időtartam	Normál költség	Rövidítés összköltsége
A	-	6	6	0	0
B	-	8	8	0	0
C	A, B	12	10	0	90
D	C	4	2	0	40
E	C	6	6	0	0
F	D, E	15	10	0	150
G	E	12	12	0	0
H	F, G	8	8	0	0

- a. Rajzolja fel a tevékenység-hálót!
- b. Adja meg a kritikus utat, mint tevékenységek sorozatát!
- c. Mekkora a kritikus út hossza?
- d. Legkisebb költséggel hogyan lehet 5 nappal lerövidíteni a kritikus utat?

12.Feladat

Egy projekt-diagramban 6 él van (ezek a(z) esetleg fiktív) tevékenységek) és 5 csúc (ezek az események). Jelöljük a csúcokat az 1, 2, 3, 4, 5 számokkal (1 a kezdés, 5 a befejezés). Szeretnénk tudni, hogy mennyi az a legrövidebb idő (napban), amely alatt a projektet meg lehet valósítani. Ennek meghatározása céljából a QSB programmal megoldottunk egy LP-t, amelyben rendre az x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 változókkal jelöltük az 1, 2, 3, 4, 5 események bekövetkezésének időpontját. Az LP inputjának nyomtatott formája és a megoldás outputjának egy része az alábbiakban látható:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Minimize	-1				1		
C1	-1	1				>=	4
C2	-1		1			>=	3
C3		-1	1			>=	0
C4			-1	1		>=	3
C5			-1		1	>=	7
C6				-1	1	>=	6
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Combined Report for w					
10:24:37		2005. 12. 22. 10:24:37 du.	2005. 12. 22. 10:24:37 du.	2005. 12. 22. 10:24:37 du.	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c[j]	Total Contribution	Reduced Cost	
1 X1	0	-1,0000	0	0	
2 X2	4,0000	0	0	0	
3 X3	4,0000	0	0	0	
4 X4	7,0000	0	0	0	
5 X5	13,0000	1,0000	13,0000	0	
Objective	Function	(Min.) =	13,0000	(Note:	
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	
1 C1	4,0000	>=	4,0000	0	
2 C2	4,0000	>=	3,0000	1,0000	
3 C3	0	>=	0	0	
4 C4	3,0000	>=	3,0000	0	
5 C5	9,0000	>=	7,0000	2,0000	
6 C6	6,0000	>=	6,0000	0	

- Mennyi az a legrövidebb idő, amely alatt a projektet meg lehet valósítani?
- Írjunk fel egy kritikus utat (a benne szereplő csúcok sorrendjének megadásával):
- Van-e fiktív tevékenység, és ha igen, melyik az?
- A (nem fiktív) tevékenységek között hány „közvetlen előzménye” viszony van?
- A QSB output az események melyik időzítését adja meg (karikázza be a helyes választ): a legkorábbi a legkésőbbi mindkettőt egyiket sem
- Rajzoljuk fel a projekt diagrammját a szokásos módon!
- Lehetőség van az (1,2) és a (4,5) tevékenységek idejének lerövidítésére. Az egy nappal való rövidítés költsége az (1,2) esetében 20 ezer forint, a (4,5) tevékenység esetében 30 ezer forint. Az egész projekt megvalósításának idejét szeretnénk 2 nappal lerövidíteni a lehető legkisebb költséggel. Jelöljük y-nal azt, hogy hány nappal rövidítjük le az (1,2) tevékenység idejét, z-vel pedig azt, hogy hány nappal rövidítjük le a (4,5) tevékenység idejét. Írjunk fel egy olyan LP-t, amelynek megoldása megadja, hogy melyik tevékenységet hány nappal rövidítsük meg úgy, hogy a rövidítés összköltsége minimális legyen; vagy pedig kiderül az, hogy az ilyen mértékű rövidítés nem lehetséges.

13.Feladat

Egy projekt-diagramban 8 él van (ezek a(z) esetleg fiktív) tevékenységek) és 6 csúc (ezek az események). Jelöljük a csúcokat az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokkal (1 a kezdés, 6 a befejezés). Szeretnénk tudni, hogy mennyi az a legrövidebb idő (napban), amely alatt a projektet meg lehet valósítani. Ennek meghatározása céljából a QSB programmal megoldottunk egy LP-t, amelyben rendre az $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ változókkal jelöltük az 1, 2, 3, 4, 5, 6 események bekövetkezésének időpontját. Az LP inputjának nyomtatott formája és a megoldás outputjának egy része az alábbiakban látható:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	-1					1		
C1	-1	1					>=	3
C2	-1		1				>=	7
C3		-1	1				>=	5
C4			-1	1			>=	0
C5			-1		1		>=	8
C6				-1	1		>=	5
C7		-1				1	>=	7
C8					-1	1	>=	4
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

10:20:33		2006.01.01. 10:20:32 du.	2006.01.01. 10:20:32 du.	2006.01.01. 10:20:32 du.
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c[j]	Total Contribution	Reduced Cost
1 X1	0	-1,0000	0	0
2 X2	3,0000	0	0	0
3 X3	8,0000	0	0	0
4 X4	11,0000	0	0	0
5 X5	16,0000	0	0	0
6 X6	20,0000	1,0000	20,0000	0
Objective	Function	(Min.) =	20,0000	(Note:
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus
1 C1	3,0000	>=	3,0000	0
2 C2	8,0000	>=	7,0000	1,0000
3 C3	5,0000	>=	5,0000	0
4 C4	3,0000	>=	0	3,0000
5 C5	8,0000	>=	8,0000	0
6 C6	5,0000	>=	5,0000	0
7 C7	17,0000	>=	7,0000	10,0000
8 C8	4,0000	>=	4,0000	0

- Mennyi az a legrövidebb idő, amely alatt a projektet meg lehet valósítani?
- Írjunk fel egy kritikus utat (a benne szereplő csúcok sorrendjének megadásával):
- Van-e fiktív tevékenység, és ha igen, melyik az?
- A (nem fiktív) tevékenységek között hány „közvetlen előzménye” viszony van?
- A QSB output az események melyik időzítését adja meg (karikázza be a helyes választ): a legkorábbi a legkésőbbi mindkettőt egyiket sem
- Rajzoljuk fel a projekt diagrammját a szokásos módon!
- Lehetőség van a (2,3) és a (3,5) tevékenységek idejének lerövidítésére. Az egy nappal való rövidítés költsége az (2,3) esetében 15 ezer forint, a (3,5) tevékenység esetében 25 ezer forint. Az egész projekt megvalósításának idejét szeretnénk 3 nappal lerövidíteni a lehető legkisebb költséggel. Jelöljük u-val azt, hogy hány nappal rövidítjük le az (2,3) tevékenység idejét, v-vel pedig azt, hogy hány nappal rövidítjük le a (3,5) tevékenység idejét. Írjunk fel egy olyan LP-t, amelynek megoldása megadja, hogy melyik tevékenységet hány nappal rövidítsük meg úgy, hogy a rövidítés összköltsége minimális legyen; vagy pedig kiderül az, hogy az ilyen mértékű rövidítés nem lehetséges.