

## KOMBINATORIKA, KLASSZIKUS VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁSI TÉTELEK, MINTAVÉTEL

1. 10 lányból és 8 fiúból álló hallgatói csoportból szeretnénk kiválasztani 8 hallgatót, akiket külföldi ösztöndíjjal jutalmazunk. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha

- a) ugyanannyi fiút, mint lányt kell kiválasztanunk, az ösztöndíjak pedig ugyanarra a helyre és időpontra vonatkoznak ?
- b) a kiválasztottak között kell legyen Horváth Anna, az ösztöndíjak pedig azonos időpontra és különböző helyekre vonatkoznak ?
- c) 3 lányt és 5 fiút kell kiválasztanunk, az ösztöndíjak pedig azonos időpontra és különböző helyekre vonatkoznak ?

2. Egy testnevelés órán tizenegy különböző testmagasságú gyermek vesz részt, akik véletlenszerűen állnak sorba. Mennyi annak a valószínűsége, hogy

- a) nagyság szerint növekvő sorba állnak ?
- b) a három legmagasabb gyerek egymás mellé kerül ?
- c) a két legkisebb közt legalább egy gyerek áll?

3. Az 1-gyel kezdődő hétjegyű telefonszámok közül kiválasztunk véletlenszerűen egyet. Mi a valószínűsége, hogy

- a) van a számban 5-ös ?
- b) pontosan egy 2-es és egy 5-ös van benne ?
- c) van a telefonszámban páros szám ?
- d) 5-ös és 6-os közül legalább az egyik van a telefonszámban ?

4. a 4,5,6,7,8 számjegyek felhasználásával (és más számjegyet nem használva) felírunk egy 4 jegyű számot. Egy számjegyet akárhányszor felhasználhatunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a felírt szám pontosan 2 féle különböző jegyet tartalmaz?

5. Egy ruhatisztító cég vezetője tapasztalatból tudja, hogy az új mosógépek 15%-a már az első évben karbantartást igényel. A cég 5 új mosógépet vásárolt, amelyek gyártása egymástól független.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egyetlen mosógép sem igényel javítást az első évben ?
- b) Mi a valószínűsége, hogy mindegyik mosógépet javítani kell már az első évben ?
- c) Mi a valószínűsége, hogy legalább két gépet kell javítani az első évben ?

6. Az 1,2,3,4,5 számjegyek felhasználásával és más számjegyet nem használva felírunk egy olyan négyjegyű számot, amely négy különböző számjegyből áll. Jelentse **A** azt az eseményt, hogy a felírt szám osztható 4-gyel, **B** pedig azt, hogy osztható 3-mal. Független e az **A** és **B** esemény?

7. Egy cukrászdában három hűtőpult van, amelyek egymástól függetlenül működnek. Az első 0,1 , a második 0,2 , a harmadik 0,1 valószínűséggel romlik el egy nap leforgása alatt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy

- a) a cukrászda hűtőpult nélkül marad ?
- b) mindhárom működik ?
- c) legalább egy működik ?
- d) csak egyik működik ?

8. Legyen **A** és **B** egy eseményalgebra két eseménye. Ismerjük, hogy  $P(A/B) = 0,2$ ;  $P(B/A) = 0,2$  és  $P(A \cap B) = 0,1$ . (**A** és **B** az **A** és **B** események **komplementerét** jelenti). Számítsa ki az  $A \cap B$  esemény valószínűségét !

9. Egy boltban a pulton egy nagy doboz cukorkát tartanak a kisgyermekkel érkező vásárlók részére. A cukorkák 20%-a töltött, a többi töltetlen. A töltött cukorkák 60%-a piros színű; 20%-a zöld színű, a többi sárga színű. A töltetlen cukorkák 40%-a piros színű, 30%-a zöld színű, a többi narancs színű. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott cukorka

- a) zöld színű ?
- b) töltetlen, feltéve hogy piros színű ?

**10.** Egy üzemben kétféle technológiával gyártanak egy termékfajtát. A hagyományos módon készült termékek 70 %-a I. osztályú, 20 %-a II. osztályú és 10 %-a III. osztályú. Az automata gépsoron gyártottak 90 %-a I. osztályú, 8 %-a II. osztályú és 2 %-a III. osztályú. A termékek 40 %-a készül a hagyományos technológiával az automata gépsor korlátozott kapacitása miatt.

**a)** Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott termék I. osztályú ?

**b)** Ha a kiszemelt termék III. osztályú, mennyi a valószínűsége, hogy ez a hagyományos technológiával készült ?

**11.** Egy egyetemi hallgató szóbeli vizsgára készül. A lehetséges 20 tétel közül kettőt tud, a többi 18-ról fogalma sincs. A vizsgán minden vizsgázó 1 tételt húz, a kihúzott tételeket nem tesszik vissza a többi közé. A vizsga akkor sikeres, ha a vizsgázó tudja a kihúzott tételt. Az említett hallgató harmadik a vizsgázók között (azaz előtte már 2 tételt kihúznak).

**a)** Mennyi a valószínűsége, hogy a vizsga nem sikerül ?

**b)** A vizsga sikerült. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 2 vizsgázó mindegyike olyan tételt húzott, melyet a feladatban szereplő hallgató nem tudott volna ?

## MEGOLDÁSOK

**1. a)** 14700 **b)**  $8(17!/10!)$  **c)**  $6720(8!)$

**2. a)**  $1/(11!)$  **b)**  $3/55$  **c)**  $9/11$

**3. a)**  $1-(9/10)^6$  **b)**  $30(8^4/10^6)$  **c)**  $1-(1/2)^6$  **d)**  $1-(4/5)^6$

**4.**  $28/125$

**5. a)**  $(17/20)^5$  **b)**  $(3/20)^5$  **c)**  $1-(8/5)(17/20)^4$

**6.**  $P(A)=P(B)=1/5$  és  $P(A \cap B)=1/20$ , tehát  $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$  nem teljesül, ezért nem függetlenek

**7. a)**  $1/500$  **b)**  $81/125$  **c)**  $499/500$  **d)**  $11/250$

**8.**  $6/35$

**9. a)**  $7/25$  **b)**  $8/11$

**10. a)**  $41/50$  **b)**  $10/13$

**11. a)**  $9/10$  **b)**  $17/19$