

SZÖVEGES LP FELADATOK MEGOLDÁSA, DUALITÁSSAL KAPCSOLATOS ISMERETEK

1.Feladat

$$\begin{array}{rcl}
 x_1, x_2 & \geq & 0 \\
 -3x_1 + 2x_2 & \leq & 3 \\
 x_2 & \geq & 1 \\
 x_1 + x_2 & \geq & 4 \\
 x_1 + 2x_2 & \geq & 6 \\
 \hline
 3x_1 + 5x_2 & \rightarrow & \min
 \end{array}$$

Írd fel a feladathoz tartozó duál feladatot és számítsd ki valamennyi duál változó értékét grafikus módszerrel!

2.Feladat

Egy üzem zárkészleteket (zár és kulcsok) készít. Egy zár elkészítéséhez 50 dkg acélra és 6 perc gépidőre van szükség. Egy zárhoz tartozó kulcsok elkészítése 20 dkg acélt és 2 perc gépidőt igényel. A kulcsokat az üzem egy lakatostól is beszerezheti, egy kulcskészletet 260 Ft-ért. Az üzem hetente 280 kg acéllal és 54 óra gépidővel gazdálkodhat. Egy kg acél 200 Ft-ba, egy perc gépidő 70 Ft-ba kerül. Cél: az üzem elérhető legnagyobb heti nyeresége, ha egy zárkészlet eladási ára 1 000 Ft és csak a ténylegesen felhasznált erőforrásokat kell figyelembe venni (kulcs és zár együtt alkotja a zárkészletet).

a) Írd fel a feladat matematikai modelljét!

b) Hány zárkészletet illetve kulcskészletet gyártanak és hány kulcskészletet vásárolnak optimális esetben?

c) Határozd meg az elérhető legnagyobb nyereség valamint a felhasználatlan erőforrások (acél és gépidő) értékét!

d) Érdemes lenne e beszerezni egy új gépet, ha ezen 1 percnyi gépidő minden költséget figyelembe véve csak 50 Ft lenne? (A régi gép használatban maradna változatlanul 70 Ft/perc költséggel, de növelhető lenne a kapacitás az új gép miatt!)

e) Határozd meg az acél árnyékárát!

f) Hogyan alakul az optimális megoldás és nyereség abban az esetben, ha a lakatos maximum 105 db kulcskészletet tud szállítani?

3.Feladat

Egy kistermelőnek 12 hektár földje van, ezen búzát illetve kukoricát akar termesztani (a terület egy részét bevetetlenül hagyhatja!!!). A gazda hektáronként 4 tonnás búza illetve 6 tonnás kukoricatermással számol, továbbá olyan felvásárlási árakkal, hogy tonnánként a búzán 15000 Ft; a kukoricán pedig 25000 Ft nyeresége lesz. A gazda a nyári csúcsidejében sem tud heti 54 óránál többet dolgozni, pedig ekkor egy hektár búza művelése 4 óra, míg egy hektár kukorica művelése 6 óra munkát igényel hetente. Tegyük fel, hogy a gazda a bevetett összterület legfeljebb 70%-án termeszthet kukoricát. Hány hektáron termeszünk búzát (x_1) és hány hektáron kukoricát (x_2) annak érdekében, hogy az összes nyereségünk maximális legyen?

A fenti probléma WinQSB programmal történő megoldása során az alábbi (hiányos!!) optimális táblázatot kaptuk:

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable min. c_j	Allowable max. c_j
X1	60000	0	basic	XXXXXXXXXX	XXXXXXXXXX
X2	7	0	basic	XXXXXXXXXX	XXXXXXXXXX
Objective	Function	(Max.) =	1230000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable min. RHS	Allowable max. RHS
C1 (összterület)	\leq	2	XXXXXXXXXX	XXXXXXXXXX
C2 (idő)	\leq	XXXXXXXXXX	XXXXXXXXXX
C3 (kukorica)	\geq	-44444	XXXXXXXXXX	XXXXXXXXXX

Töltsd ki a táblázat hiányzó (kipontozott) rovatait! (Az xxxx jelzésű rovatokkal nem kell foglalkozni!!)

4.Feladat

Egy vállalat 3 féle terméket gyárt 2 féle erőforrás (A és B) felhasználásával. Az első termék 1 egységének előállításához 3 egység A erőforrást és 2 egység B erőforrást, a második termék 1 egységének előállításához 5 egység A erőforrást és 4 egység B erőforrást, míg a harmadik termék 1 egységének előállításához 6 egység A erőforrást és 1 egység B erőforrást vesz igénybe. Az A erőforrásból 56 egység, míg a B erőforrásból 20 egység van raktáron. Az első terméken 30 pénzegység, a másodikon 20 pénzegység, míg a harmadikon 50 pénzegység nyereséget realizál a vállalat. A piaci keresleti viszonyokat figyelembe véve, a második és harmadik termékből összesen legalább 2 egységgel többet kell termelni, mint az elsőből. A vállalat a B erőforrás teljes mennyiségét fel kívánja használni a lehető legnagyobb nyereség elérése érdekében.

a) Írd fel a feladat matematikai modelljét!

b) Határozd meg az egyes termékekből gyártott mennyiségeket és az elért nyereség nagyságát!

c) Érdemes lenne-e az A erőforrásból 8 pénzegységnyi beszerzési áron újabb készletet?

d) Határozd meg a B erőforrás árnyékárát!

e) Írd fel a feladathoz tartozó duál feladat matematikai modelljét!

MEGOLDÁSOK:

1. a duál feladat:

$$\begin{array}{rcl} & y_1 & \geq 0 \\ 3y_1 & + y_3 + y_4 & \leq 3 \\ -2y_1 + y_2 + y_3 + 2y_4 & \leq 5 \\ \hline -3y_1 + y_2 + 4y_3 + 6y_4 & \rightarrow & \max \end{array}$$

a duál változók értéke: $y_1=0, y_2=0, y_3=-1, y_4=-2$

2.a) matematikai modell:

$$\begin{array}{rcl} x_1, x_2 & \geq & 0 \\ 50x_1 + 20x_2 & \leq & 28000 \\ 6x_1 + 2x_2 & \leq & 3240 \\ x_1 - x_2 & \geq & 0 \\ \hline 220x_1 + 80x_2 & \rightarrow & \max \end{array}$$

2.b) 440 db zárat és 300 db kulcskészletet gyártanak és 140 db kulcskészletet vásárolnak

2.c) a maximális nyereség 120800 Ft és az összes erőforrást felhasználják

2.d) mivel a gépidő árnyékára 20 Ft, amely kevesebb, mint az 50 Ft, nem érdemes az új gépet működtetni

2.e) az acél árnyékára 2 Ft/dkg (200 Ft/kg)

2.f) a feladat kiegészül az $x_1 - x_2 \leq 105$ feltétellel (az L halmaz szűkül), majd újra megoldva a feladatot a szűkebb L halmazon kapjuk, hogy: 430 db zárat és 325 db kulcskészletet gyártanak, 105 db kulcskészletet vásárolnak, a nyereség pedig 120600 Ft

3.

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable min. c_j	Allowable max. c_j
X1	3	60000	180000	0	basic	xxxxxxxx	xxxxxxxx
X2	7	150000	1050000	0	basic	xxxxxxxx	xxxxxxxx
Objective	Function	(Max.) =	1230000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable min. RHS	Allowable max. RHS
C1 (összterület)	10	\leq	12	2	0	xxxxxxxx	xxxxxxxx
C2 (idő)	54	\leq	54	0	205000/9	xxxxxxxx	xxxxxxxx
C3 (kukorica)	0	\geq	0	0	-44444	xxxxxxxx	xxxxxxxx

4.a) matematikai modell:

$$\begin{array}{rcl} x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 & \leq & 56 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 & = & 20 \\ -x_1 + x_2 + x_3 & \geq & 2 \end{array}$$

$$30x_1 + 20x_2 + 50x_3 \rightarrow \max$$

4.b) 5 egység 1-es, 1 egység 2-es és 6 egység 3-as terméket gyártanak, az elért nyereség 470 pénzegység

4.c) mivel az A erőforrás árnyékára 11 pénzegység, amely több, mint a 8 pénzegység, érdemes beszerezni.

4.d) a B erőforrás árnyékára $-19/3$ pénzegység

4.e) a duál feladat:

$$\begin{array}{rcl} y_1 & \geq & 0 \\ 3y_1 + 2y_2 + y_3 & \geq & 30 \\ 5y_1 + 4y_2 - y_3 & \geq & 20 \\ 6y_1 + y_2 - y_3 & \geq & 50 \end{array}$$

$$56y_1 + 20y_2 - 2y_3 \rightarrow \min$$